**Tổng hợp BÀI TẬP LỚN CƠ HỌC KẾT CẤU**  
Tính hệ thanh phẳng theo phương pháp phần tử hữu  
hạn và phương pháp phân phối mô men  
I. Đề bài: 3d4  
1. Sơ đồ kết cấu:  
2. Số liệu :  
a. Số liệu hình học và vật liệu:  
  
S1 S2 l1  
(m) l2  
(m) l3  
(m) E  
(KN/m2)  
b  
(m) h  
(m) b  
(m) h  
(m)   
0,2 0,2 0,2 0,2 3 3 8 2,5E+07  
  
b. Số liệu tải trọng:  
  
p  
(kN/m) P  
(kN) M  
(kNm)  
25 250 350  
  
II. Tính toán nội lực theo phương pháp phần tử hữu hạn   
1. Rời rạc hoá kết cấu,lập bảng số liệu cho các nút và các phần tử hữu hạn.Lập ma trận chuyển trục i của từng phần tử]T[  
- Chia kết cấu thành 4 phần tử ,thứ tự các phần tử ghi trên hình vẽ:  
  
  
  
- Bảng số liệu cho các nút và các phần tử hữu hạn:  
  
Phần tử Nút i  
(đầu) Nút j  
(cuối) F.10-2  
(m2) J.10-4  
(m4) l  
(m) Cosin chỉ phương  
Cx Cy  
1 1 2 4 4/3 6 1 0  
2 2 3 4 4/3 7,5 0,8 0,6  
3 3 4 4 4/3 12,5 0 -1  
4 2 5 4 4/3 16 0 -1  
  
- Ma trận chuyển trục:  
  
• Phần tử 1  
  
  
1=]T[   
  
• Phần tử 2  
  
2=]T[   
  
• Phần tử 3 và phần tử 4:  
  
4=]T[3=]T[   
  
2. i]K’[i và trong hệ toạ độ chung ]K[Lập ma trận độ cứng của từng phần tử hữu hạn trong hệ toạ độ riêng   
  
a. Ma trận độ cứng trong hệ toạ độ riêng:  
- Phần tử 1:  
EF = Ebh = 2,5.107.4.10-2 = 106 kN  
EJ = E.bh3/12 = 104/3 kNm2  
L = 6 m  
  
[K]1 =   
0  
  
0 0  
0   
0   
  
  
  
0   
0 0  
0   
0   
  
  
0   
0   
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
=   
36 0  
-36 0 0  
0 0,01 0 -0,01 0,06  
-36 0 36 0 0  
0 -0,01 0 0,01 -0,06  
0 0.06 0 -0,06 0,36  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- Phần tử 2:  
EF = E.bh   
EJ = E.bh3/12   
L = 7,5 m  
  
[K]2= EF/l 0 0 -EF/l 0 0  
0 12EJ/l3 6EJ/l2 0 -12EJ/l3 6EJ/l2  
0 6EJ/l2 4EJ/l 0 -6EJ/l2 2EJ/l  
-EF/l 0 0 EF/l 0 0  
0 -12EJ/l3 -6EJ/l2 0 12EJ/l3 -6EJ/l2  
0 6EJ/l2 2EJ/l 0 -6EJ/l2 4EJ/l  
  
  
  
=   
56,25 0 0 -56,25 0 0  
0 0,04 0,15 0 -0,04 0,15  
0 0,15 0,75 0 -0,15 0,375  
-56,25 0 0 56,25 0 0  
0 -0,04 -0,15 0 0,04 -0,15  
0 0,15 0,375 0 -0,15 0,75  
- Phần tử 3:  
EF = E.bh   
EJ = E.bh3/12   
L = 12,5 m  
  
[K]3= EF/l 0 0 -EF/l 0 0  
0 12EJ/l3 6EJ/l2 0 -12EJ/l3 6EJ/l2  
0 6EJ/l2 4EJ/l 0 -6EJ/l2 2EJ/l  
-EF/l 0 0 EF/l 0 0  
0 -12EJ/l3 -6EJ/l2 0 12EJ/l3 -6EJ/l2  
0 6EJ/l2 2EJ/l 0 -6EJ/l2 4EJ/l  
  
  
  
  
  
=   
156,25 0 0 -156,25 0 0  
0 0,04 0,25 0 -0,04 0,25  
0 0,25 6,25/3 0 -0,25 6,25/6  
-156,25 0 0 156,25 0 0  
0 -0,04 -0,25 0 0,04 -0,25  
0 0,25 6,25/6 0 -0,25 6,25/3  
  
  
- Phần tử 4:  
EF = E.bh   
EJ = E.bh3/12   
L = 16 m  
  
  
  
[K]4= EF/l 0 0 -EF/l 0 0  
0 12EJ/l3 6EJ/l2 0 -12EJ/l3 6EJ/l2  
0 6EJ/l2 4EJ/l 0 -6EJ/l2 2EJ/l  
-EF/l 0 0 EF/l 0 0  
0 -12EJ/l3 -6EJ/l2 0 12EJ/l3 -6EJ/l2  
0 6EJ/l2 2EJ/l 0 -6EJ/l2 4EJ/l  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
=   
256 0 0 -256 0 0  
0 0,04 0,32 0 -0,04 0,32  
0 0,32 10,24/3 0 -0,32 10,24/6  
-256 0 0 256 0 0  
0 -0,04 -0,32 0 0,04 -0,32  
0 0,32 10,24/6 0 -0,32 10,24/3  
  
b. Ma trận độ cứng trong hệ toạ độ chung  
  
- Phần tử 1  
  
[K’]1 =[K]1=  
166666.667 0 -166666.667 0 0  
0 46.296 0 -46.696 277.778  
-166666.667 0 166666.667 0 0  
0 -46.696 0 46.296 -277.778  
0 277.778 0 -277.778 1666.667  
  
  
- phần tử 2  
  
  
  
[K’]2 = [T]T2.[K}2.[T]2  
  
  
=  
85367.464 63954.487 -213.333 -85367.464 -63954.487 -213.333  
63954.487 48060.681 284.444 -63954.487 -48060.681 284.444  
-213.333 284.444 1777.778 213.333 -284.444 888.889  
-85367.464 -63954.487 213.333 85367.464 63954.487 213.333  
-63954.487 -48060.681 -284.444 63954.487 48060.681 -284.444  
-213.333 284.444 888.889 213.333 -284.444 1777.778  
  
  
  
- phần tử 3  
  
  
[K’]3 = [T]T3.[K}3.[T]3  
  
  
  
=  
20.48 0 128 -20.48 0 128  
0 80000 0 0 -80000 0  
128 0 1066.496 -128 0 533.504  
-20.48 0 -128 20,48 0 -128  
0 -80000 0 0 80000 0  
128 0 533.504 -128 0 1066.496  
  
- phần tử 4  
  
  
[K’]4 = [T]T4.[K}4.[T]4  
  
  
=  
9.766 0 78.125 -9.766 0 78.125  
0 62500 0 0 -62500 0  
78.125 0 833.252 -78.125 0 416.748  
-9.766 0 -78.125 9.766 0 -78.125  
0 -62500 0 0 62500 0  
78.125 0 416.748 -78.125 0 833.252  
  
3. Lập ma trận tựa chéo của các phần tử  
• Ma trận độ cứng của các phần tử trong hệ toạ độ chung sau khi đã xét điều kiện biên:  
điều kiện biên: u1=u2=u9=u10=u11=u12=u13=u14  
Phần tử 1:  
[K\*]1'=  
166666.667 0 0 3  
0 46.296 -277.778 4  
0 -277.778 1666.667 5  
3 4 5   
  
Phần tử 2:  
  
[K\*]2'= 85367.464 63954.487 -213.333 -85367.464 -63954.487 -213.333 3  
63954.487 48060.681 284.444 -63954.487 -48060.681 284.444 4  
-213.333 284.444 1777.778 213.333 -284.444 888.889 5  
-85367.464 -63954.487 213.333 85367.464 63954.487 213.333 6  
-63954.487 -48060.681 -284.444 63954.487 48060.681 -284.444 7  
-213.333 284.444 888.889 213.333 -284.444 1777.778 8  
3 4 5 6 7 8   
  
Phần tử 3:  
[K\*]3'= 20.48 0 128 6  
0 80000 0 7  
128 0 1066.496 8  
6 7 8   
  
Phần tử 4:  
[K\*]3'= 9.766 0 78.125 3  
0 62500 0 4  
78.125 0 833.252 5  
3 4 5   
  
• Ma trận tựa chéo của các phần tử trong hệ toạ độ chung sau khi đưa điều kiện biên:  
  
  
[K\*]=  
252043.897 63954.487 -135.208 -85367.464 -63954.487 -213.333 3  
63954.487 110606.977 6.666 -63954.487 -48060.681 284.444 4  
-135.208 6.666 4277.697 213.333 -284.444 888.889 5  
-85367.464 -63954.487 213.333 85387.944 63954.487 341.333 6  
-63954.487 -48060.681 -284.444 63954.487 128060.681 -284.444 7  
-213.333 284.444 888.889 341.333 -284.444 2844.274 8  
3 4 5 6 7 8   
  
4. Lập véc tơ lực nút tổng cộng có xét đến điều kiện biên:   
• Véc tơ tải trọng nút có xét đến điều kiện biên  
=   
3 4 5 6 7 8  
• Véc tơ lực nút tương đương trong hệ toạ độ chung có xét đến điều kiện biên  
- Phần tử 1:  
1'= =   
3 4 5  
- Phần tử 2:  
2'=   
=   
3 4 5 6 7 8  
- Phần tử 4:  
4'= =   
3 4 5  
- Véc tơ lực nút tương đương:  
  
'=   
3 4 5 6 7 8  
• Véc tơ lực nút tổng cộng có xét đến điều kiện biên:  
= + '=   
3 4 5 6 7 8  
  
5. Giải phương trình [K\*].{q\*} = {R\*}  
Véc tơ chuyển vị nút của hệ   
= [K\*]-1. {R\*}⎬q\*⎨  
(m)⎬0,0022 0,000165 0,104884 0,007187 0,002929 0,000824⎨=  
3 4 5 6 7 8  
Xác định véc tơ chuyển vị nút của các phần tử trong hệ toạ độ chung và riêng:  
• Phần tử 1:  
(mm)⎬0 0 2,2 0,165 104,884⎨1=⎬q'⎨  
1 2 3 4 5   
(mm)⎬0 0 2,2 0,165 104,884⎨1=⎬q'⎨1 =[T]1⎬q⎨  
• Phần tử 2:  
(mm)⎬2,2 0,165 104,884 7,187 2,929 0,824⎨2=⎬q'⎨  
3 4 5 6 7 8  
2⎬q'⎨2 =[T]2⎬q⎨  
(mm)⎬1,859 -1,188 104,884 7,507 -4,969 0,824⎨=  
• Phần tử 3:  
(mm)⎬7,187 2,929 0,824 0 0 0⎨3=⎬q'⎨  
6 7 8 9 10 11   
(mm)⎬-2,929 7,187 0,824 0 0 0⎨3=⎬q'⎨3 =[T]3⎬q⎨  
• Phần tử 4:  
(mm)⎬2,2 0,165 104,884 0 0 0⎨4=⎬q'⎨  
3 4 5 12 13 14  
(mm)⎬-0,1657 2,2 104,884 0 0 0⎨4=⎬q'⎨4 =[T]4⎬q⎨  
  
Xác định nội lực đầu thanh của từng phần tử,vẽ biểu đồ (M):  
• Phần tử 1:  
1¬-{RP}1⎬q⎨1=[K]1⎬R⎨  
(kN)⎬-366,67 29,13 366,67 36,495 119,32⎨=  
• Phần tử 2:  
2-{RP}2⎬q⎨2=[K]2⎬R⎨  
(kN)⎬-809,32 112,94 299.5 969,82 37,06 -11,52⎨=   
• Phần tử 3:  
3-{RP}3⎬q⎨3=[K]3⎬R⎨  
(kN)⎬-234,32 0,25 11,52 234,32 -0.25 5,76⎨=  
• Phần tử 4:  
4-{RP}4⎬q⎨4=[K]4⎬R⎨   
(kN)⎬-10,31 133,22 -418.82 10,31 -8,22 540,701⎨=  
• VẼ NỘI LỰC:  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
II. Tính toán nội lực theo phương pháp phân phối mô men của H.Cross  
1. Xác định độ cứng quy ước của thanh  
Liên kết tại đầu đối diện với nút là ngàm:   
Liên kết tại đầu đối diện với nút là khớp:   
  
  
2. Xác định hệ số phân phối mô men  
  
Tại nút 2:  
21=γ   
25=γ   
23=γ   
Tại nút 3:  
32=γ   
34=γ   
  
3. Xác định mô men nút cứng  
• Thanh 21:  
M21= (kN/m)   
• Thanh 23:  
M23= -M32 = (kN/m)  
• Thanh 25:  
M52= -M25 = (kN/m)  
  
Mô men nút cứng tại nút 2:  
M\*2 = M\*21 + M\*23 + M\*25 = -43,75 +117,188-500 = -426,562 (kNm)   
  
Mô men nút cứng tại nút 3:  
M\*3 = M\*32 + M\*34 = -117,188 (kNm)   
  
  
4. Lập bảng phân phối mô men  
AX . MAγMAX = -    
  
Nút 2 3 4 5  
Đầu thanh 2 - 1 2 - 5 2 - 3 3 - 2 3 - 4 4 - 3 5 - 2  
g 0.39 0.195 0.415 0.625 0.375   
M\* -43.75 -500 117.188 -117.188 500  
2 166.359 83.180 177.023 88.512 41.590  
3 8.961 17.923 10.754 5.377   
2 -3.495 -1.747 -3.719 -1.859 -0.874  
3 0.581 1.162 0.697 0.349   
2 -0.227 -0.113 -0.241 -0.121 -0.057  
3 0.038 0.076 0.045 0.023   
2 -0.015 -0.007 -0.016 -0.008 -0.004  
3 0.003 0.005 0.003 0.002   
M 118.873 -418.689 299.818 -11.499 11.499 5.750 540.656  
Ta có biểu đồ mô men: