

ĐỀ THI VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG CƠ HỌC 2

Năm học: 2009 – 2010 (Khóa 2009) - Thời gian: 90 phút

Sinh viên không sử dụng tài liệu

Câu 1: Trong trường hợp tương đối tính, hạt có năng lượng nghỉ E_0 .

- Thiết lập mối quan hệ giữa năng lượng toàn phần E và động lượng p .
- Từ câu a) suy ra mối quan hệ giữa động lượng p và động năng K .

Câu 2: Một bể nước (không đầy nắp) mặt nước cách đáy một khoảng h . Một lỗ rò (kích thước rất nhỏ so với mặt thoáng của bể) cách đáy một khoảng y . Biết gia tốc trọng trường là g .

- Viết công thức tính vận tốc nước thoát ra khỏi lỗ rò.
- Hỏi khoảng cách y bằng bao nhiêu? thì khoảng cách x từ mép đáy bể đến vị trí nước rơi chạm đất là lớn nhất.

Câu 3: Vệ tinh nhân tạo của Trái Đất chuyển động tròn trong mặt phẳng xích đạo từ Tây sang Đông với vận tốc góc bằng vận tốc góc của Trái Đất quay quanh trục của nó (vệ tinh được xem như đứng yên so với mặt đất). Tính độ cao của vệ tinh so với mặt đất. Biết bán kính của Trái Đất $R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ và gia tốc trọng trường tại mặt đất $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Câu 4: Một hệ dao động gồm một vật nặng (chất điểm) có khối lượng m , treo vào lò xo có độ cứng k cho thực hiện dao động.

- Nếu trong quá trình dao động, hệ chịu thêm lực cản của môi trường tỉ lệ với vận tốc (hệ số tỉ lệ là r) và ngoại lực có dạng $F_0 \sin(\omega t)$. Viết phương trình định luật II Newton diễn tả chuyển động của hệ.
- Giả sử chỉ có ngoại lực tác động $F_0 \sin(\omega t)$ và bỏ qua lực cản của môi trường. Chứng tỏ rằng $x = \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \sin(\omega t) + A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$ là nghiệm của phương trình, trong đó A , B là hằng số và $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$.
- Cho biết khi $t = 0$ thì $x = 0$ và $x' = \frac{dx}{dt} = 0$. Tìm x .

- - - HẾT - - -

Câu 1: a) Ta có:

$$E = mc^2 \rightarrow E^2 = m^2 c^4 = \frac{m_0^2 c^4}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} - m_0^2 c^4 + m_0^2 c^4$$

$$\rightarrow E^2 = \frac{m_0^2 c^4 - m_0^2 c^4 + m_0^2 v^2 c^2}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} + m_0^2 c^4 = \left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \right)^2 c^2 + m_0^2 c^4 = (mv)^2 c^2 + m_0^2 c^4 = p^2 c^2 + E_0^2.$$

Vậy: $E^2 = p^2 c^2 + E_0^2$.

b) Ta có: $E^2 = p^2 c^2 + E_0^2$ } $\rightarrow K^2 + 2KE_0 = p^2 c^2 \rightarrow pc = \sqrt{K(K + 2E_0)}$.
Mà: $E = K + E_0$

Câu 2: a) Áp dụng phương trình Bernoulli với áp suất trên bề mặt chất lỏng và tại lỗ rò là p_0 :

$$\frac{1}{2}\rho v_0^2 + \rho gh + p_0 = \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gy + p_0 \leftrightarrow \frac{1}{2}\rho v^2 = \rho g(h - y). \text{ (do } v_0 = 0) \Rightarrow v = \sqrt{2g(h - y)}.$$

b) Phương trình chuyển động của nước bắn ra từ lỗ rò: $\begin{cases} x = vt \\ y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$

Nước chạm đất ứng với $y = 0 \rightarrow$ Thời gian nước rơi xuống: $t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}}$.

$$\rightarrow x = \sqrt{2g(h - y)} \cdot \sqrt{\frac{2y_0}{g}} = 2\sqrt{y_0(h - y)}.$$

Ta có: $x_{Max} \leftrightarrow \frac{dx}{dy_0} = 0 \leftrightarrow \frac{h - 2y_0}{\sqrt{y_0(h - y_0)}} = 0 \rightarrow y_0 = \frac{h}{2}$. Vậy $y = \frac{h}{2}$ thì x_{Max} .

Câu 3: Lực hấp dẫn trong trường hợp này cũng chính là lực hướng tâm. Ta có:

$$m\omega^2 r = \gamma \frac{Mm}{r^2} = \gamma \frac{M}{R^2} \frac{mR^2}{r^2} = g_0 \frac{mR^2}{r^2} \rightarrow \omega^2 r^3 = g_0 R^2 \rightarrow \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 (R + h)^3 = g_0 R^2.$$

$$\rightarrow h = \left\{ g_0 R^2 \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{3}} - R. \text{ Với } T = 86400s; R = 6,37 \cdot 10^6 m; g_0 = 9,8(m/s^2). \text{ Ta có: } h \approx 35852 \text{ km.}$$

Câu 4: a) Phương trình định luật II Newton:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - rv + F_0 \sin \omega t \leftrightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega_0^2 x - 2\beta \frac{dx}{dt} + \frac{F_0}{m} \sin \omega t. \quad (1)$$

$$\left(\text{Trong đó: } \omega_0^2 = \frac{k}{m}; 2\beta = \frac{r}{m} \right)$$

b) Bỏ qua lực cản của môi trường. Ta có: (1) $\leftrightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \sin \omega t. \quad (2)$

Phương trình (2) có 1 nghiệm điều hòa (phương trình không có vế phải) và 1 nghiệm riêng: $x(t) = x_{dh} + x_r$.

$$x_{dh} = B \sin \omega_0 t + A \cos \omega_0 t.$$

$$x_r = C \sin \omega t.$$

Ta có: $\begin{cases} \frac{d^2 x_r}{dt^2} = -\omega^2 C \sin \omega t. \\ \omega_0^2 x_r = \omega_0^2 C \sin \omega t. \end{cases} \rightarrow \frac{d^2 x_r}{dt^2} + \omega_0^2 x_r = (\omega_0^2 - \omega^2) C \sin \omega t = \frac{F_0}{m} \sin \omega t. \rightarrow C = \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}.$

Vậy: $x = \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \sin(\omega t) + A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$ là nghiệm của phương trình (1).

c) Ta có: $x(0) = A = 0 \rightarrow A = 0$.

$$x'(0) = \frac{F_0 \omega}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} + B \omega_0 = 0 \rightarrow B = -\frac{\omega}{\omega_0} \cdot \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

$$\rightarrow x(t) = \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \sin \omega t - \frac{\omega}{\omega_0} \cdot \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \sin \omega_0 t = \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \left(\sin \omega t - \frac{\omega}{\omega_0} \sin \omega_0 t \right).$$

--- HẾT ---