

ĐỀ DỰ BỊ ĐẠI HỌC MÔN TOÁN NĂM 2008



&



- Thời gian làm bài: 180 phút.
- Typeset by \LaTeX .
- Copyright ©2009 by Nguyễn Mạnh Dũng, THPT chuyên Toán, ĐHKHTN-ĐHQG Hà Nội. Đề nghị các tác giả khi sử dụng tài liệu này nên ghi rõ nguồn, không sử dụng trong mục đích thương mại.
- Email: nguyendunghus@gmail.com.
- Mathematical blog: <http://nguyendungtn.tk>

ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2008

ĐỀ DỰ BỊ 1 MÔN TOÁN KHỐI A

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH

Câu I (2 điểm)

Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (m+1)x + 1$ (1), m là tham số thực

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = -1$.
2. Tìm các giá trị của m để tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1) tại điểm có hoành độ $x = -1$ đi qua điểm $A(1; 2)$.

Câu II (2 điểm)

1. Giải phương trình $\tan x = \cot x + 4\cos^2 2x$.
2. Giải phương trình $\sqrt{2x+1} + \sqrt{3-2x} = \frac{(2x-1)^2}{2}$.

Câu III (2 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1 : \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-3}{1}; d_2 : \begin{cases} 5x - 6y - 6z + 13 = 0 \\ x - 6y + 6z - 7 = 0 \end{cases}$$

1. Chứng minh rằng d_1 và d_2 cắt nhau.
2. Gọi I là giao điểm của d_1 và d_2 . Tìm tọa độ các điểm A, B lần lượt thuộc d_1, d_2 sao cho tam giác IAB cân tại I và có diện tích bằng $\frac{\sqrt{41}}{42}$.

Câu IV (2 điểm)

1. Tính tích phân $I = \int_{\frac{1}{2}}^3 \frac{xdx}{\sqrt[3]{2x+2}}$.
2. Giải phương trình $e^{\sin(x-\frac{\pi}{4})} = \tan x$.

PHẦN RIÊNG — THÍ SINH CHỈ ĐƯỢC LÀM 1 TRONG 2 CÂU : V.a HOẶC V.b

Câu V.a. Theo chương trình KHÔNG phân ban (2 điểm)

1. Cho tập hợp $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\}$. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số của E .
2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với đường cao kẻ từ đỉnh B và đường phân giác trong của góc A lần lượt có phương trình là $3x + 4y + 10 = 0$ và $x - y + 1 = 0$; điểm $M(0; 2)$ thuộc đường thẳng AB đồng thời cách C một khoảng bằng $\sqrt{2}$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

Câu V.b. Theo chương trình phân ban (2 điểm)

1. Giải phương trình $\log_{\frac{1}{3}} \left(\log_2 \frac{2x+3}{x+1} \right) \geq 0$.
2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại đỉnh B , $BA = BC = 2a$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy (ABC) là trung điểm của AB và $SE = 2a$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của EC, SC ; M là điểm di động trên tia đối của tia BA sao cho $\widehat{ECM} = \alpha (\alpha < 90^\circ)$ và H là hình chiếu vuông góc của S trên MC . Tính thể tích của khối tứ diện $EHIJ$ theo a, α và tìm α để thể tích đó lớn nhất.

ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2008

ĐỀ DỰ BỊ 2 MÔN TOÁN KHỐI A

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH

Câu I (2 điểm)

Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 7$ (1),

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).
2. Tìm các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx - 9$ tiếp xúc với đồ thị hàm số (1).

Câu II (2 điểm)

1. Giải phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2}$.
2. Giải bất phương trình $\frac{1}{1-x^2} + 1 > \frac{3x}{\sqrt{1-x^2}}$.

Câu III (2 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x + 3y - 3z + 1 = 0$, đường thẳng $d_1 : \frac{x-3}{2} = \frac{y}{9} = \frac{z+5}{1}$ và 3 điểm $A(4; 0; 3), B(-1; -1; 3), C(3; 2; 6)$.

1. Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua 3 điểm A, B, C và có tâm thuộc $mp(P)$.
2. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng d và cắt mặt cầu (S) theo 1 đường tròn có bán kính lớn nhất.

Câu IV (2 điểm)

1. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x dx}{3 + 4 \sin x - \cos 2x}$.
2. Chứng minh rằng phương trình $4^x(4x^2 + 1) = 1$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

PHẦN RIÊNG — THÍ SINH CHỈ ĐƯỢC LÀM 1 TRONG 2 CÂU : V.a HOẶC V.b

Câu V.a. Theo chương trình KHÔNG phân ban (2 điểm)

1. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức Newton của $(1+3x)^{2n}$, biết rằng $A_n^3 + 2A_n^2 = 100$ (n là số nguyên dương).
2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 = 1$. Tìm các giá trị thực của m để trên đường thẳng $y = m$ tồn tại đúng 2 điểm mà từ mỗi điểm có thể kẻ được hai tiếp tuyến với (C) sao cho góc giữa hai tiếp tuyến đó bằng 60° .

Câu V.b. Theo chương trình phân ban (2 điểm)

1. Giải phương trình $3 + \frac{1}{\log_3 x} = \log_x(9x - \frac{6}{x})$.
2. Cho hình chóp $S.ABC$ mà mỗi mặt bên là một tam giác vuông, $SA = SB = SC = a$. Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC ; D là điểm đối xứng của S qua E ; I là giao điểm của đường thẳng AD với mặt phẳng (SMN) . Chứng minh rằng $AD \perp SI$ và tính theo a thể tích của khối tứ diện $MBSI$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2008

ĐỀ DỰ BỊ 1 MÔN TOÁN KHỐI B

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH

Câu I (2 điểm)

Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 3m(m+2)x - 1$ (1), m là tham số thực

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 0$.
2. Tìm các giá trị của m để hàm số (1) có hai cực trị cùng dấu.

Câu II (2 điểm)

1. Giải phương trình $2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.
2. Giải phương trình $\sqrt{10x+1} + \sqrt{3x-5} = \sqrt{9x+4} + \sqrt{2x-2}$.

Câu III (2 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d_1 : \frac{x-3}{2} = \frac{y}{9} = \frac{z+5}{1}$ và 2 điểm $A(5; 4; 3), B(6; 7; 2)$.

1. Viết phương trình đường thẳng d_2 qua 2 điểm A, B . Chứng minh rằng hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau.
2. Tìm điểm C thuộc d_1 sao cho tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó.

Câu IV (2 điểm)

1. Tính tích phân $I = \int_0^2 \frac{x+1}{\sqrt{4x+1}} dx$.
2. Cho 3 số dương x, y, z thỏa mãn hệ thức $x + y + z = \frac{yz}{3x}$. Chứng minh rằng

$$x \leq \frac{2\sqrt{3}-3}{6}(y+z)$$

PHẦN RIÊNG — THÍ SINH CHỈ ĐƯỢC LÀM 1 TRONG 2 CÂU : V.a HOẶC V.b

Câu V.a. Theo chương trình KHÔNG phân ban (2 điểm)

1. Cho số nguyên n thỏa mãn đẳng thức $\frac{A_n^3 + C_n^3}{(n-1)(n-2)} = 35$ ($n \geq 3$). Tính tổng

$$S = 2^2 C_n^2 - 3^2 C_n^3 + \dots + (-1)^n n^2 C_n^n$$

2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $AB = \sqrt{5}, C(-1; -1)$, đường thẳng AB có phương trình $x + 2y - 3 = 0$ và trọng tâm của tam giác ABC thuộc đường thẳng $x + y - 2 = 0$. Hãy tìm tọa độ các đỉnh A và B .

Câu V.b. Theo chương trình phân ban (2 điểm)

1. Giải phương trình $2\log_2 2x + 2 + \log_{\frac{1}{2}} 9x - 1 = 1$.
2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích khối tứ diện $SACD$ và tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SB, AC .

ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2008

ĐỀ DỰ BỊ 2 MÔN TOÁN KHỐI B

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH

Câu I (2 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{x^2 + (3m - 2)x + 1 - 2m}{x + 2}$ (1), m là tham số thực

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1$.
2. Tìm các giá trị của m để hàm số (1) đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu II (2 điểm)

1. Giải phương trình $3 \sin x + \cos 2x + \sin 2x = 4 \sin x \cos^2 \frac{x}{2}$.
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x-1} - \sqrt{y} = 8 - x^3 \\ (x-1)^4 = y \end{cases}$

Câu III (2 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(1; 0; -1), B(2; 3; -1), C(1; 3; 1)$ và đường thẳng d :

$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x + y + z = 4 \end{cases}$$

1. Tìm tọa độ điểm D thuộc đường thẳng d sao cho thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng 1.
2. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

Câu IV (2 điểm)

1. Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{x^3 dx}{\sqrt{4-x^2}}$.
2. Cho số nguyên $n (n \geq 2)$ và 2 số thực không âm x, y . Chứng minh rằng

$$\sqrt[n]{x^n + y^n} \geq \sqrt[n+1]{x^{n+1} + y^{n+1}}$$

PHẦN RIÊNG — THÍ SINH CHỈ ĐƯỢC LÀM 1 TRONG 2 CÂU : V.a HOẶC V.b

Câu V.a. Theo chương trình KHÔNG phân ban (2 điểm)

1. Chứng minh rằng với n là số nguyên dương

$$\frac{2^n C_n^0}{n+1} + \frac{2^{n-1} C_n^1}{n} + \dots + \frac{2^0 C_n^n}{1} = \frac{3^{n+1} - 1}{2(n+1)}$$

2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho 2 điểm $A(3; 0), B(0; 4)$. Chứng minh rằng đường tròn nội tiếp tam giác OAB tiếp xúc với đường tròn đi qua trung điểm các cạnh của tam giác OAB .

Câu V.b. Theo chương trình phân ban (2 điểm)

1. Giải bất phương trình $3^{2x+1} - 2^{2x+1} - 5.6^x \leq 0$.
2. Cho tứ diện $ABCD$ có các mặt ABC và ABD là các tam giác đều cạnh a , các mặt ACD và BCD vuông góc với nhau. hãy tính theo a thể tích khối tứ diện $ABCD$ và tính số đo của góc giữa hai đường thẳng AD, BC .

ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2008

ĐỀ DỰ BỊ 1 MÔN TOÁN KHỐI D

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH

Câu I (2 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{3x+1}{x+1}$ (1).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).
2. Tính diện tích của tam giác tạo bởi các trục tọa độ và tiếp tuyến với đồ thị hàm số (1) tại điểm $M(-2; 5)$.

Câu II (2 điểm)

1. Giải phương trình $4(\sin^4 x + \cos^4 x) + \cos 4x + \sin 2x = 0$.
2. Giải bất phương trình $(x+1)(x-3)\sqrt{-x^2+2x+3} < 2 - (x-1)^2$

Câu III (2 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha) : 2x - y + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng

$$d : \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-2}$$

1. Tìm tọa độ giao điểm của d với (α) ; tính sin của góc giữa d và (α) .
2. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc d tiếp xúc với hai mặt phẳng (α) và Oxy .

Câu IV (2 điểm)

1. Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(xe^{2x} - \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} \right) dx$.
2. Cho các số thực x, y thỏa mãn $0 \leq x, y \leq \frac{\pi}{3}$. Chứng minh rằng $\cos x + \cos y \leq 1 + \cos(xy)$

PHẦN RIÊNG — THÍ SINH CHỈ ĐƯỢC LÀM 1 TRONG 2 CÂU : V.a HOẶC V.b

Câu V.a. Theo chương trình KHÔNG phân ban (2 điểm)

1. Chứng minh rằng với n là số nguyên dương

$$n \cdot 2^n \cdot C_n^n + (n-1)2^{n-1}c_n^1 + \dots + 2C_n^{n-1} = 2n \cdot 3^{n-1}$$

2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C) : (x-4)^2 + y^2 = 4$ và điểm $E(4; 1)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục tung sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (C) với A, B là các tiếp điểm sao cho đường thẳng AB qua E .

Câu V.b. Theo chương trình phân ban (2 điểm)

1. Giải bất phương trình $2^{2x^2-4x-2} - 16 \cdot 2^{2x-x^2-1} - 2 \leq 0$.
2. Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh BC, BD, AC sao cho $BC = 4BM, AC = 3AP, BD = 2BN$. Mặt phẳng (MNP) cắt AD tại Q . Tính tỉ số $\frac{AQ}{AD}$ và tỉ số thể tích hai phần của khối tứ diện $ABCD$ được phân chia bởi mặt phẳng (MNP) .